

入学までの数学に関する演習問題

4月の入学を迎えるまでに、高校時代の数学の復習問題をまとめておきました。

範囲としては、数学Ⅰと数学Ⅱを中心に出题してあります。入学までの準備として、高校数学の再確認をお願いできればと思います。

1 次の計算をなさい。

$$(1) \quad (-6) \div \{3 - (-3)^2\} - 5 \times \{4 - (-3)\} =$$

$$(2) \quad \frac{1}{12} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \div \left(-\frac{5}{6} \right) \times \frac{3}{8} =$$

$$(3) \quad \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{5}}{2} =$$

$$(4) \quad \frac{5}{\frac{5}{4} + \frac{1}{6}} =$$

$$(5) \quad \frac{\frac{2}{5} + 1}{\frac{1}{6} - \frac{3}{2}} =$$

$$(6) \quad 1 - \frac{1 - \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}} =$$

2 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x + 2y)^2 =$$

$$(2) \quad (3a + b)(3a - b) =$$

$$(3) \quad (x + 5)(x - 2) =$$

$$(4) \quad (5a - 1)(2a + 3) =$$

$$(5) \quad (x + 2y)^3 =$$

$$(6) \quad (a + b - c)^2 =$$

3 次の式を簡単にしなさい。

$$(1) \quad 3(a - 2b) - (3a - 4b) =$$

$$(2) \quad \frac{3x + 2y}{2} - \frac{5x - y}{4} =$$

$$(3) \quad 2x - \{x - (5x - y) + (x - 2y)\} =$$

$$(4) \quad x^3 + 4x^2 - 2xy^2 + 5y^3 + 2x^3 + 5xy^2 - 3y^3 =$$

$$(5) \quad x^3 + 4x^2 - 2xy^2 + 5y^3 - (2x^3 + 5xy^2 - 3y^3) =$$

$$(6) (-2x^2y)(3xy^2)^2 =$$

$$(7) (-2xy^2)^2 (-3x^2y^3)^3 =$$

$$(8) 3abc(a-2b+3c) =$$

$$(9) (x^3+4x-3)(x^2+5x-1) =$$

$$(10) (a+1)^2 =$$

$$(11) (a+2)^3 =$$

$$(12) (a+b+c)(a+b-c) =$$

$$(13) (x+2y-3z)^2 =$$

$$(14) \frac{3x+2y}{2} - \frac{5x-y}{4} =$$

$$(15) 2x - \{x - (5x - y) + (x - 2y)\} =$$

$$(16) (-2xy^2)^2 (-3x^2y^3)^3 =$$

$$(17) (x^3+4x-3)(x^2+5x-1) =$$

4 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) (a-b)x + (b-a)y =$$

$$(2) x^2 + 8x + 16 =$$

$$(3) 81x^3y - 49xy^3 =$$

$$(4) 6a^2 + 11ab + 4b^2 =$$

$$(5) 2a^3 - 16b^3 =$$

$$(6) 8x^3 + 27 =$$

$$(7) 4x^4 - 5x^2 + 1 =$$

$$(8) 2x^2 - 5xy - 3y^2 + 3x + 5y - 2 =$$

$$(9) 2x^2 + x - 6 =$$

5 次の分数式の計算をなさい。

$$(1) \frac{x-y}{x+y} \times \frac{x^2-y^2}{x^2-xy} =$$

$$(2) \frac{x^2-2x}{x^2-5x-6} \div \frac{x-2}{x-6} =$$

$$(3) \frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-2} =$$

$$(4) \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-1} =$$

$$(5) \frac{3x-1}{x(x+1)} - \frac{x}{(x+1)(x-2)} =$$

6 次の式の a , b , c を求めて左辺を部分分数に展開しなさい。

$$(1) \frac{4}{(x-1)(x+3)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3}$$

$$(2) \frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$$

7 計算をしなさい。分母は有理化しなさい。

$$(1) \sqrt{200} - 3\sqrt{18} + \sqrt{50} =$$

$$(2) (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) =$$

$$(3) \frac{4}{3\sqrt{8}}$$

$$(4) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$$

$$(5) (\sqrt{3}-1)^2 + \sqrt{27} =$$

$$(6) (3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

$$(7) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

$$(8) \frac{1}{(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2} =$$

$$(9) (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{24} =$$

$$(10) \quad (\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) =$$

$$(11) \quad \frac{2 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} =$$

$$(12) \quad \sqrt{200} - 3\sqrt{18} + \sqrt{50} =$$

$$(13) \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$$

8 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 3^3 \times 3^3$$

$$(2) \quad (2^3)^2$$

$$(3) \quad a^2b \times ab^3$$

$$(4) \quad 8^{\frac{1}{3}}$$

$$(5) \quad (0.003) \times (0.0022)$$

$$(6) \quad 2xyz^2 \times 3x^2yz^2 \times 4x^2yz$$

$$(7) \quad (-2xy^2)^2 \times (-3xy)^3 \times x^2y$$

$$(8) \quad 935^0$$

$$(9) \quad 5^{-1}$$

$$(10) \quad 9^{\frac{1}{2}}$$

$$(11) \quad 27^{\frac{1}{3}}$$

$$(12) \quad (xy^2)^3(x^2y^4)^{\frac{1}{2}}$$

$$(13) \quad 9^{-2}$$

$$(14) \quad (2^{-1} + 3^{-1})^2$$

$$(15) \quad (a^{-1} + b^{-1})^{-1}$$

9 次の式を a' の形で表しなさい。

$$\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt{a} \div \sqrt[4]{a^3} =$$

10 次の複素数を $a+bi$ の形に直しなさい。(ただし $i = \sqrt{-1}$; 虚数単位)

$$(1) \quad (1+2i)(2-3i) =$$

$$(2) \quad \frac{2+3i}{1-5i} =$$

1 1 次の方程式を解きなさい。

(1) $4x+7=19$

(3) $x^2-16=0$

(5) $4x^2=9$

(7) $2x^2+7x+3=0$

(9) $2x^2+2\sqrt{6}x-5=0$

(2) $(x-1)(x+2)=0$

(4) $(2x+3)(3x-4)=0$

(6) $(3x-2)^2=5$

(8) $2x^2+3x-2=0$

(10) $(x+2)^2-5(x+2)-14=0$

(11)
$$\begin{cases} 5x+3y=-10 \\ 2x-4y=-17 \end{cases}$$

(12)
$$\begin{cases} x+y+z=4 \\ 2x+3y-z=14 \\ 3x-2y+z=-1 \end{cases}$$

(13)
$$\begin{cases} -3x+y=5 \\ 6x^2+y^2=25 \end{cases}$$

(14)
$$\begin{cases} y=3x-4 \\ y=x^2-2 \end{cases}$$

(15)
$$\begin{cases} 3x-5y+8=0 \\ x^2-5xy+14x+8=0 \end{cases}$$

(16)
$$\frac{3x+2y}{4}=\frac{5x-y}{5}=1$$

1 2 2つの2次方程式 $2x^2+kx+4=0$, $x^2+x+k=0$ が共通の実数解をもつように定数 k の値を定め、その共通解を求めなさい。

1 3 次の不等式を解きなさい。

(1) $3x - 8 < 5x + 4$

(2) $|x - 3| = 2x$

(3) $2|x| + |x - 1| < 5$

(4) $-8 < 3x - 5 < 4$

(5) $10 < 13 - x < 5(1 - x)$

(6) $2x^2 - 3x + 1 > 0$

(7) $x^2 - 8x + 4 \leq 0$

(8) $|x^2 - 7x| < x - 3$

1 4 次の2次関数のグラフの頂点の座標を求めなさい。

(1) $y = x^2 + 2x - 2$

(2) $y = 2x^2 + 4x + 2$

(3) $y = -2x^2 + 5x + 4$

(4) $y = 2x^2 - 6x + 7$

1 5 次の関数の最大値または最小値を求めなさい。

(1) $y = 2x^2 - 8x + 5$

(2) $y = x^2 + 2x + 2 \quad (-2 \leq x \leq 1)$

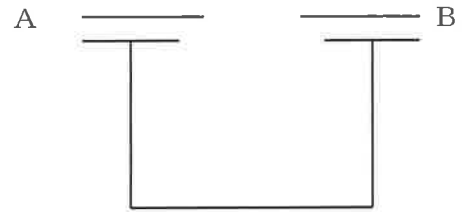
1 6 グラフが次の条件を満たすときその2次関数を求めなさい。

(1) 頂点が点 $(-1, 3)$ で、点 $(1, 7)$ を通る。

(2) 放物線 $y = -2x^2 + 3x - 5$ を平行移動したもので、 x 軸と2点 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ で交わる。

1 7 周囲が $50m$ で、面積が $150m^2$ である長方形の二辺の長さを求めなさい。

1 8 A, B 2 本のパイプを使ってタンクに水を満たそうとする。両方のパイプを同時に使うと、ちょうど 2 時間でこのタンクを満たせる。A だけ 1 時間使ったのち B だけ 4 時間使っても満たせる。A だけでは何時間かかるか。



1 9 次の計算をなさい。

$$(1) \sum_{k=1}^n (5k+1) =$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (k+1)(k-2) =$$

$$(3) \sum_{k=1}^4 (k^2 - 3k) =$$

$$(4) \sum_{k=1}^7 (k-4)^2 =$$

$$(5) \sum_{k=1}^n (5k-3) =$$

$$(6) \sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k-1} =$$

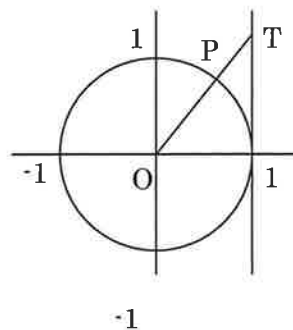
$$(7) \sum_{k=1}^n k(k+2) =$$

$$(8) \sum_{k=1}^n (k-4)^2 =$$

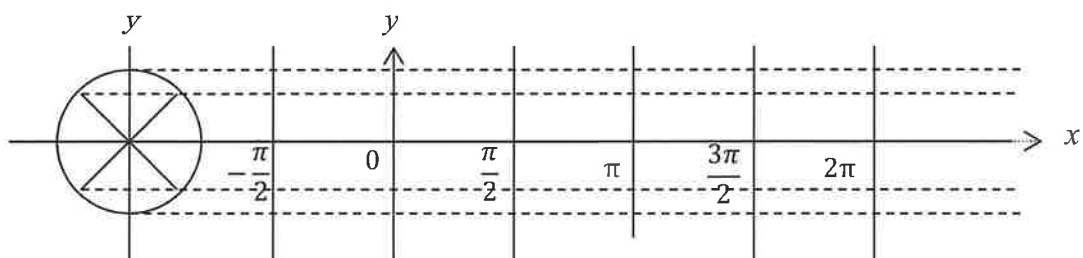
$$(9) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} =$$

20 角度 θ を x で表す。 $OP=r=1$ とするとき
 $P(\cos x, \sin x)$ $T(1, \tan x)$ となる。

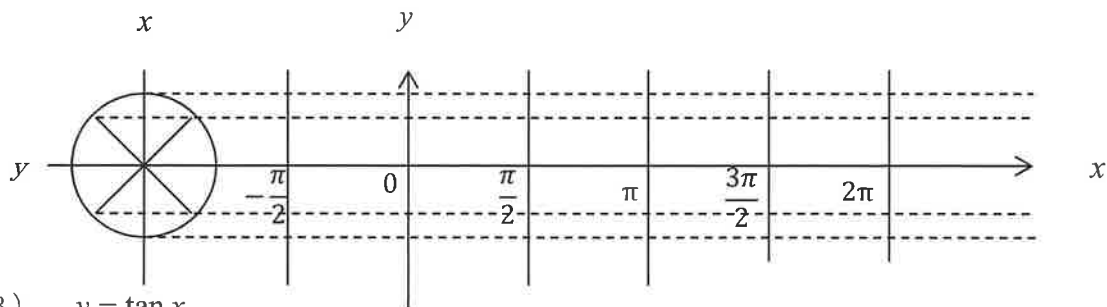
このことを利用して、次の図に各グラフの概形を描きなさい。



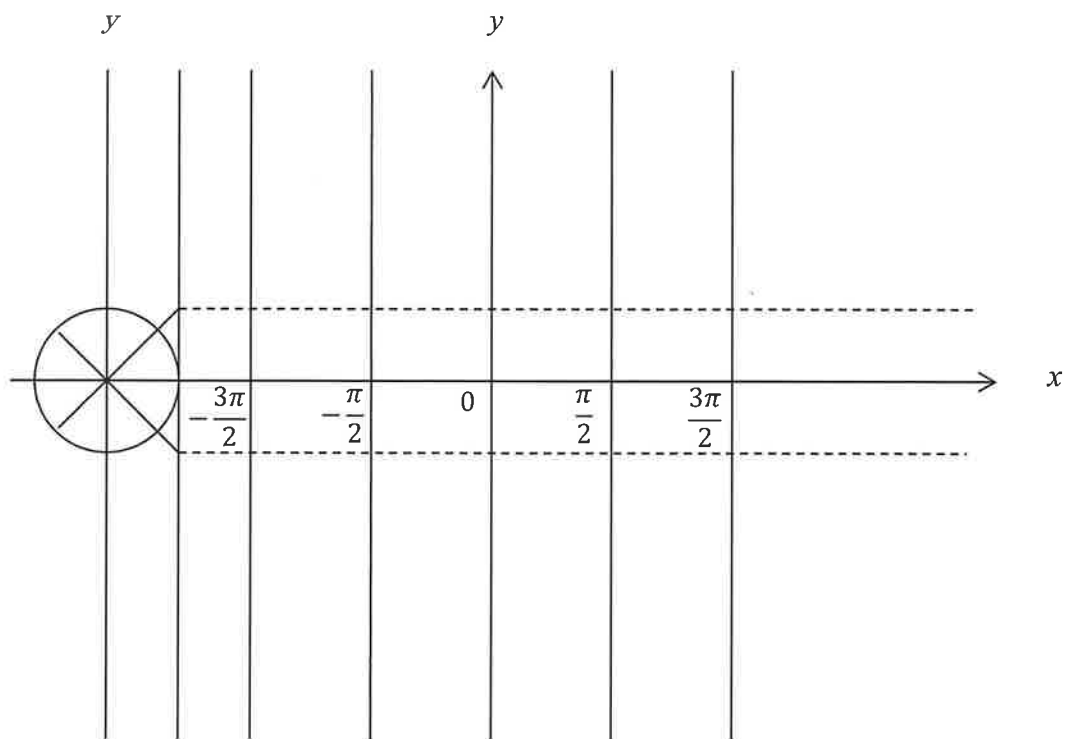
(1) $y = \sin x$



(2) $y = \cos x$



(3) $y = \tan x$



2 1 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めなさい。

(1) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta =$

(2) $\tan \theta = 1$ $\theta =$

(3) $\tan \theta = \sqrt{3}$ $\theta =$

(4) $2 \cos \theta + \sqrt{3} = 0$ $\theta =$

2 2 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めなさい。

(1) $2 \sin \theta < 1$ (2) $2 \cos \theta + 1 \geq 0$

(3) $\sqrt{3} \tan \theta \geq 1$

2 3 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

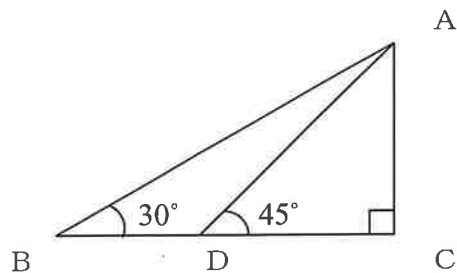
(1) $\sin \theta = \frac{2}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めなさい。

(2) $\tan \theta = -\sqrt{2}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めなさい。

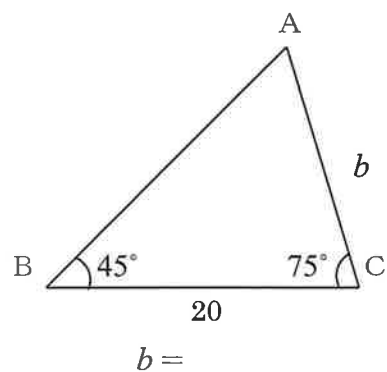
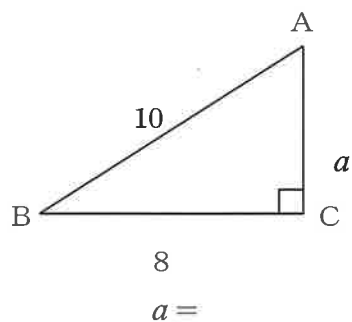
2 4 図のような三角形ABCにおいて、辺BC上に点Dをとり、 $\angle B = 30^\circ$ 、 $\angle ADC = 45^\circ$ 、 $\angle C = 90^\circ$ 、 $AC = 1$ とする。次のものを求めなさい。

(1) BDの長さ

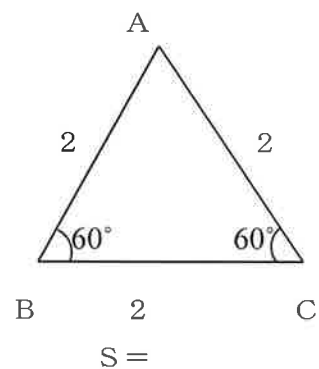
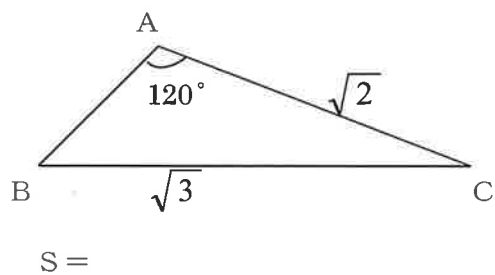
(2) $\sin 15^\circ$ の値



25 次の図において、 a 、 b を求めなさい。



26 下図の三角形の面積 S を求めなさい。



27 次の二次方程式が実数解をもつような角 θ の範囲を求めなさい。

ただし、 $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

$$x^2 + 2x + 2\cos\theta = 0$$

【三角関数に関する確認】

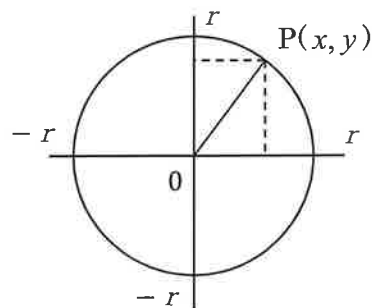
弧度法（ラジアン）；倍率を表す数なので計算上単位はつかない。

円弧の長さが半径の「何倍」かで中心角の大きさを表す。

$$360^\circ = 2\pi r \div r \text{（ラジアン）} = 2\pi \text{（ラジアン）}$$

$$1 \text{（ラジアン）} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ \doteq 57^\circ \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{（ラジアン）}$$

左回転；+ 右回転；-



定義（角度は弧度法で表す） $OP = r$ のとき $P(x, y)$ とする。

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と定める。

公式 $0 \leq \theta \leq \pi$ のときと同様に、一般の θ に対して次の公式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} & \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 & 1 + \tan^2 \theta &= \frac{1}{\cos^2 \theta} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \cos \theta & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \sin \theta & \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \frac{1}{\tan \theta} \\ \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) &= \cos \theta & \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) &= -\sin \theta & \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) &= -\frac{1}{\tan \theta} \\ \sin(\pi - \theta) &= \sin \theta & \cos(\pi - \theta) &= -\cos \theta & \tan(\pi - \theta) &= -\tan \theta \end{aligned}$$

さらに一般の θ に対して次の公式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sin(-\theta) &= -\sin \theta & \cos(-\theta) &= \cos \theta & \tan(-\theta) &= -\tan \theta \\ \sin(\theta + \pi) &= -\sin \theta & \cos(\theta + \pi) &= -\cos \theta & \tan(\theta + \pi) &= \tan \theta \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} & \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha & \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \\ \tan(\alpha \pm \beta) &= \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

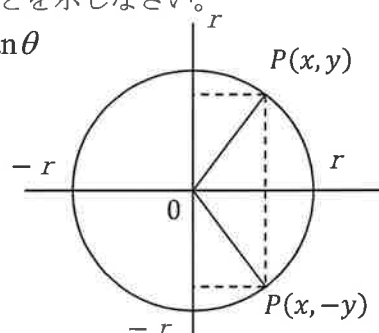
28 例にならって下記の図を利用して、次の公式が成り立つことを示しなさい。

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \cos(-\theta) = \cos \theta \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

例 $\sin(-\theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$

$$\cos(-\theta) =$$

$$\tan(-\theta) =$$



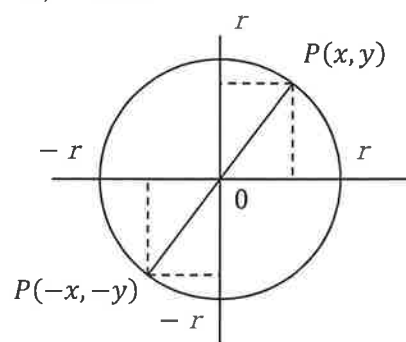
29 例にならって下記の図を利用して次の公式が成り立つことを示しなさい。

$$\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta \quad \cos(\theta + \pi) = -\cos \theta \quad \tan(\theta + \pi) = \tan \theta$$

例 $\sin(\theta + \pi) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$

$$\cos(\theta + \pi) =$$

$$\tan(\theta + \pi) =$$



30 次の式を簡単にしなさい。

(1) $\log_{\sqrt{2}} 8 =$

(2) $\log_3 2 + \frac{1}{2} \log_3 6 - \frac{3}{2} \log_3 2 =$

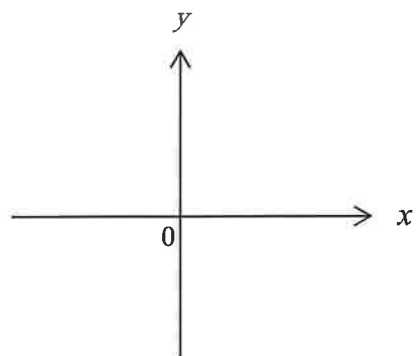
(3) $2 \log_{10} \frac{\sqrt{3}}{10} - \log_{10} 30 =$

3 1 次の指数関数について数表をつくり，グラフの概形を描きなさい。

(1) $y = 2^x$

数表

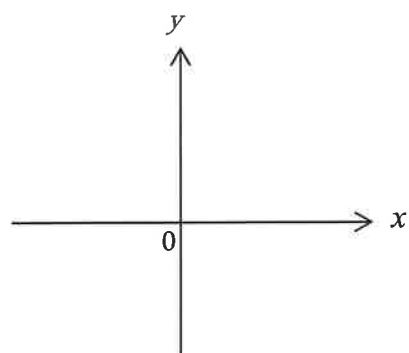
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



(2) $y = 3^x$

数表

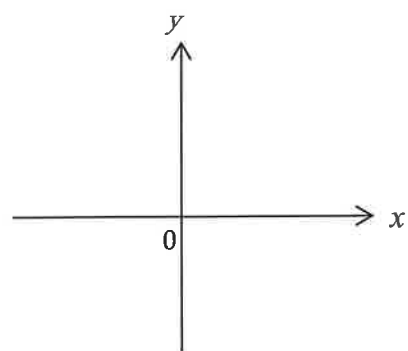
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



(3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

数表

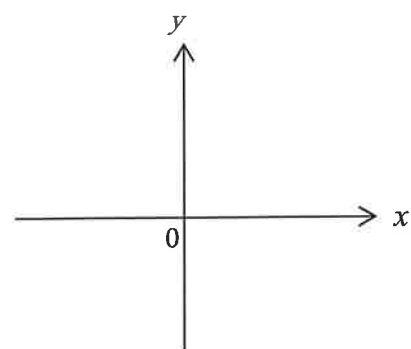
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



(4) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

数表

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

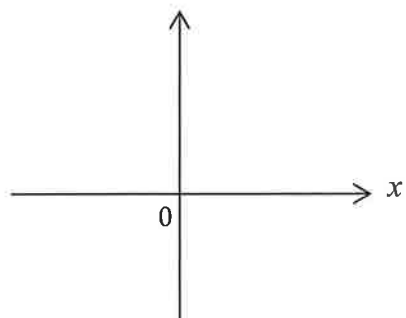


3 2 次の対数関数について数表をつくり，グラフの概形を描きなさい。

(1) $y = \log_2 x$

数表

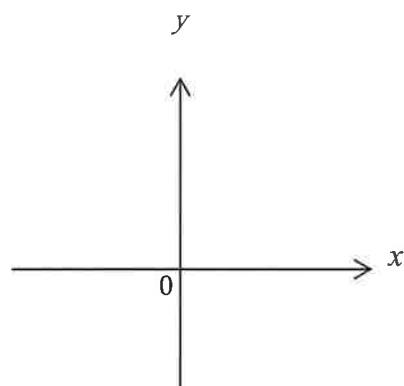
x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
y							



(2) $y = \log_3 x$

数表

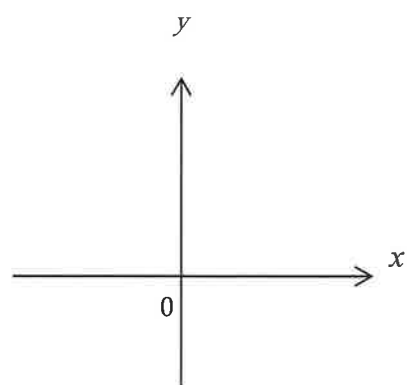
x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27
y							



(3) $y = \log_{10} x$

数表

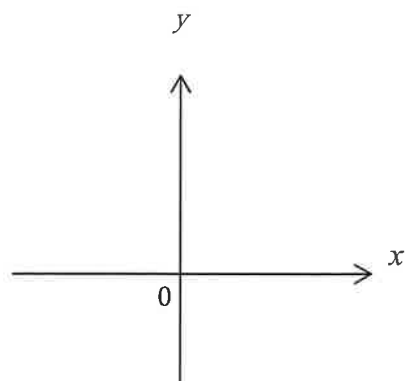
x	0.01	0.1	1	10	100	2	3
y							



(4) $y = \log_{0.5} x$

数表

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
y							



3 3 次の1次関数のグラフを示しなさい。

$$\begin{array}{lll} (1) \ y = 2x & (2) \ y = \frac{2}{3}x & (3) \ y = -3x \\ (4) \ y = 2x + 1 & (5) \ x - 2y + 4 = 0 & (6) \ x - 3y + 9 = 0 \end{array}$$

3 4 次の不等式が表す領域を図示しなさい。

不等式が表す領域； 集合 $\{(x, y) \mid (x, y \text{ の不等式}), x \in R\}$

$y \geq f(x)$ や $y \leq f(x)$ など

$$(1) \ y \geq x + 1$$

$$(2) \ \begin{cases} 2x + y \geq 4 \\ 3y - 9 \leq x \end{cases}$$

3 5 次の2次関数のグラフを示しなさい。

$$\begin{array}{lll} (1) \ y = x^2 & (2) \ y = 2x^2 & (3) \ y = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \\ (4) \ y = 2x^2 - 4x + 5 & (5) \ y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2} & \end{array}$$

3 6 2次方程式 $2x^2 - 6x + 10 = 0$ の解を α, β とするとき、次の式の値を求めなさい。

$$(1) \ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$$

$$(2) \ \alpha^2 + \beta^2 =$$

3 7 2つの2次方程式 $2x^2 + kx + 4 = 0$, $x^2 + x + k = 0$ が共通の実数解をもつように定数 k の値を定め、その共通解を求めなさい。

【集合に関する確認】

3 8 次の集合を,要素を用いて表示しなさい。

① $A = \{x \mid 0 < x < 10, x \text{ は奇数}\}$

② $B = \{x \mid 0 < x < 10, x \text{ は偶数}\}$

③ $C = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$

答 ① $A = \{$

② $B = \{$

③ $C = \{$

3 9 次の集合に対し①②③の集合をもとしなさい。

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{4, 5, 6\}$ $C = \{3, 4, 5, 8, 9\}$

【順列・組合せに関する確認】

4 0 $\{1, 2, 3, 4\}$ の4つの数字から3つ選んで並べた3けたの整数をすべて示しなさい。それらは合計いくつあるか。

4 1 a, b, c, d から3つ選ぶ選び方(順番は無視して良い)をすべて示しなさい。それらは合計何とおりあるか。

【確率に関する確認】

4 2 次の問いに答えなさい

(1) サイコロを振って1の目が出る確率A, 1又は2の目が出る確率Bを求めなさい。

$A =$

$B =$

(2) 2枚のコインを投げて, 2枚とも表が出る確率を求めなさい。

(3) 2つのサイコロを振るとき, 出る目の和が8になる確率を求めなさい。

(4) 10本のくじのうち3本の当たりくじが入っているくじがある。このくじをAが引きそれを戻さないでBが引くとき, 次の確率を求めなさい。

① Aが当たりくじを引く確率

② Aがはずれくじを引く確率

③ AもBも当たりくじを引く確率

④ Aがはずれくじを引き, Bが当たりくじを引く確率

⑤ Bが当たりくじを引く確率

(5) さいころを3回振るとき、次の確率を求めなさい。

- ① 3回とも1の目が出る確率
- ② 3回中1回だけ1の目が出る確率
- ③ 3回中2回1の目が出る確率

【極限に関する確認】

極限值 x を a に限りなく近づけるときの (ただし $x \neq a$) $f(x)$ が A に限りなく近づく

($f(a) \neq A$ でも可) 場合, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ や $x \rightarrow a$ のとき $f(x) \rightarrow A$

と表す。このときの A を $x \rightarrow a$ のときの $f(x)$ の極限值 という。

4 3 次の極限值を求めなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x + 2} =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2) =$

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 1)(5x - 3) =$

(5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$

(6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 3}{x + 2} =$

(8) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x + 2} =$

(9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 1}{2x + 1} =$

(10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - x}{2x^2 + 1} =$

